

**Pismeni ispit iz Matematike**  
U Zagrebu, 3.rujna 2010.god.

Grupa 1

**1. grupa**

1. U nekom poduzeću izrađuju se tjedno dva proizvoda  $A$  i  $B$ . Svaki od njih prolazi kroz tri grupe strojeva  $S_1$ ,  $S_2$  i  $S_3$ . Da bi se proizvela jedinica proizvoda  $A$  potrebna su 4 sata rada i na stroju  $S_1$  i na stroju  $S_3$  i 10 sati rada na stroju  $S_2$ . Za jedinicu proizvoda  $B$  potrebna je 8 sata rada na stroju  $S_1$  i po 10 sat rada na strojevima  $S_2$  i  $S_3$ . Kapaciteti strojeva su redom 160, 250 i 190 sati tjedno. Prihod po jedinici proizvoda  $A$  iznosi 11, a po jedinici proizvoda  $B$  12 novčanih jedinica. Napišite razmatrani problem kao standardni problem linearnog programiranja, a zatim, koristeći se grafičkom metodom, odredite optimalni plan proizvodnje.

1'. Koristeći se Gauss–Jordanovim eliminacijama riješite sustav linearnih jednačini

$$\begin{array}{rccccrcr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 2 \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & & & = & -1 \\ & & x_2 & & & - & x_4 & = & 0 \end{array}$$

**2. grupa**

2. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 2x - 35}{x^2 - 7x + 10}$ .

2'. Odredite sve ekstreme funkcije  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ .

**3. grupa**

3. Izračunajte  $\int x^3 \ln x \, dx$

3'. Odredite opće rješenje diferencijalne jednačine  $y' - \sqrt{2x+1} y = 0$ .

**4. grupa**

4. Masa peradi u razdoblju od 4 mjeseca se učetverostruči. Koliki je godišnji prirast?

4'. Uz koje učešće u gotovini je odobren potrošački kredit u iznosu od 14 000 kn na 7 mjeseci ako su godišnje anticipativne kamate 9%, a iznos mjesečne rate je 1854 kn?

**Pismeni ispit iz Matematike**  
**U Zagrebu, 3.rujna 2010.god.**

Grupa 2

**1. grupa**

1. Odredite parametar  $t \in \mathbf{R}$  takav da sustav bude regularan:

$$\begin{aligned}tx_1 - tx_2 + x_3 &= 0 \\-2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 0 \\2x_1 - 3x_3 &= 0\end{aligned}$$

1'. Zadani su vektori  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$  i  $C = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Odredite vektor  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^3$  takav da vrijedi:

(1)  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 14$ , (2)  $X'C = 0$  i (3) skup vektora  $\{X, A, B\}$  je linearno ovisan.

**2. grupa**

2. Neko poduzeće proizvodi proizvode  $P_1$  i  $P_2$ . Dnevni troškovi proizvodnje  $x$  jedinica proizvoda  $P_1$  i  $y$  jedinica proizvoda  $P_2$  određeni su funkcijom  $T(x, y) = 10x^2 + 8xy + 6y^2 + 800x + 1480y$ . Ako se ukupna proizvodnja može prodati po cijeni od 2000 kn po jedinici proizvoda  $P_1$  i 2400 kn po jedinici proizvoda  $P_2$ , odredite količine proizvoda  $x$  i  $y$  za koje se doseže maksimalni profit.

2'. Zadana je funkcija dviju varijabli  $z = 6x^2 - 10xy + 4y^2$ ,  $(x, y) \in A \subseteq \mathbf{R}^2$ . Izračunajte koeficijente parcijalne elastičnosti  $E_{z,x}$  i  $E_{z,y}$  u točki  $T(2,4)$ , te interpretirajte dobivene rezultate.

**3. grupa**

3. Izračunajte površinu koju graf fje  $f(x) = 3x - x^2$ ,  $x \in [0, 4]$ , zatvara s pravcima  $x=0$ ,  $x=4$  i  $x$ -osi.

3'. Zadana je funkcija graničnih troškova  $t(Q) = \frac{3}{(Q+1)^2} - \frac{4}{(Q+1)^3}$ . Odredite funkciju ukupnih troškova  $T=T(Q)$  ako je poznato da su fiksni troškovi 55.

**4. grupa**

4. Koliki je rok otplate potrošačkog kredita u iznosu od 30000 kn ako je odobren uz 20% učešća u gotovu, godišnju anticipativnu kamatnu stopu  $q=15$ , a mjesečna rata iznosi 1200 kn?

4'. Zajam od 200 000 kn odobren je poduzeću na četiri godine uz 7% godišnjih kamata i plaćanjem nominalno jednakih anuiteta krajem godine. Odredite iznos anuiteta, a zatim sastavite otplatnu tablicu. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

**Pismeni ispit iz Matematike**  
U Zagrebu, 3.rujna 2010.god.

Grupa 3

**1. grupa**

1. U nekom poduzeću izrađuju se tjedno dva proizvoda  $A$  i  $B$ . Svaki od njih prolazi kroz tri grupe strojeva  $S_1$ ,  $S_2$  i  $S_3$ . Da bi se proizvela jedinica proizvoda  $A$  potreban je 1 sat rada na stroju  $S_1$ , 3 sata rada na stroju  $S_2$  i 2 sata rada na stroju  $S_3$ . Za jedinicu proizvoda  $B$  potrebno je 2 sata rada na stroju  $S_1$ , 3 sata rada na stroju  $S_2$  i 1 sat rada na stroju  $S_3$ . Kapaciteti strojeva su redom 35, 63 i 28 sati tjedno. Prihod po jedinici proizvoda  $A$  iznosi 11, a po jedinici proizvoda  $B$  8 novčanih jedinica. Napišite razmatrani problem kao standardni problem linearnog programiranja, a zatim, koristeći se grafičkom metodom, odredite optimalni plan proizvodnje.

1'. Zadana je input-output tablica neke dvosektorske ekonomije

$Q_i$	$Q_{ij}$		$q_i$
800	200	200	$q_1$
1000	200	200	$q_2$

Odredite novi vektor ukupnih outputa ako se finalna potražnja 1. sektora smanji, a 2. sektora poveća za 10%. Također, sastavite novu input-output tablicu.

**2. grupa**

2. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 4}{\sqrt{x^4 + 1}}$ .

2'. Grafički predočite funkciju  $y(x) = \frac{x^2}{x+1}$ .

**3. grupa**

3. Izračunajte mjerni broj površine lika omeđenog grafovima funkcija

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 \quad \text{i} \quad g(x) = +\sqrt{2x}.$$

3'. Odredite partikularno rješenje diferencijalne jednadžbe  $xy' - \ln^2 x = 0$  za koje je  $y(1) = 2$ . Provjerite rezultat.

**4. grupa**

4. Koliki iznos mora danas uložiti u poslovnu banku osoba koja želi krajem svake godine u idućih  $i$  godina,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ , podizati iznos od po  $1000 \cdot i^2 + 3000$  kn ako je obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan, a banka obračunava u 1. godini 6%, u 2. i 3. godini 8%, a u 4. godini 7% godišnjih kamata?

4'. Koliki maksimalni iznos potrošačkog kredita može biti odobren zaposleniku čija prosječna mjesečna plaća u posljednja 3 mjeseca iznosi 2700 kn ako se kredit odobrava na 11 mjeseci uz 20% učešća u gotovu i uz 12% godišnjih anticipativnih kamata?

**Pismeni ispit iz Matematike  
U Zagreb, 3. rujna 2010. god.**

**Grupa 4**

**1. grupa**

1. Odredite parametar  $t \in \mathbb{R}$  takav da sustav bude regularan:

$$\begin{aligned} 5x_1 - tx_2 + x_3 &= 0 \\ -tx_1 + t^2x_2 + (t^3 + 2)x_3 &= 0 \\ -5x_1 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

1' Riješite sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ 3x_1 + 3x_3 &= 1 \end{aligned}$$

**2. grupa**

2. Ima li ekstrema funkcija dviju varijabli  $z(x, y) = -x^2 - y^2 + 3xy - 2x - 4y$ ? Ako ima, odredite ih.

2'. Odredite područje elastičnosti i područje neelastičnosti funkcije potražnje  $q(p) = -100p + 5000$  kao funkcije cijene  $p$ .

**3. grupa**

3. Izračunajte  $\int_1^4 \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2} dx$ .

3' Odredite funkciju potražnje  $q = q(p)$  za koju je  $E_{q,p} = \frac{p}{p-5}$  i  $q(3) = 400$ .

**4. grupa**

4. Koliko iznose ukupne složene kamate na iznos od 1 000 kn za razdoblje od 5 godina ako je godišnji kamatnjak u prve 2 godine  $p_1 = 10$ , a u preostale 3 godine smanjen je za 15%?

4'. Neka četveročlana obitelj namjerava provesti ljetni odmor u hotelu na Rabu preko turističke agencije koja će joj za navedeno ljetovanje odobriti kredit u iznosu 12 000 kn. Kredit će biti odobren na 9 mjeseci uz učešće u gotovu od 20% i uz 6% godišnjih anticipativnih kamata. Odredite ukupne kamate  $K$  i mjesečnu ratu  $R$ .